



TITLE:

Bloch Wallの安定性

AUTHOR(S):

間々田, 博司

CITATION:

間々田, 博司. Bloch Wallの安定性. 物性研究 1980, 34(2): 97-109

ISSUE DATE:

1980-05-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/90118>

RIGHT:

「Bloch Wall の 安 定 性」

愛知教育大学 間々田 博司*

はじめに

固体物理学における非線型の励起の一つとして、古くから知られ、研究されているものとして、Bloch wall (磁壁)の問題がある。Bloch wallに一樣な静磁場が作用したとき、ある臨界値以下の磁場の場合、壁は磁場に比例した速度で動く、とする解 (Walker の解) が得られている¹⁾。また、振動磁場に対する磁壁の運動についても Rado の議論²⁾ がなされている。最近このような系について、非線型の励起という観点から、種々の研究がなされ、様々の条件のもとで、各種の非線型スピン波の存在が主張されている^{3), 4)}。また、Walker の解との関連で、Eleonskii 達は、数値計算の結果、domain 内の構造に変化が起きることを主張している⁵⁾。こうした問題を扱う上で、通常取られる立場は基本的に、古典的ハイゼンベルグ系の連続モデルであり、たいていの場合、Landau-Lifshitz による現象論的方程式、またはその近似型と等価である。Walker の解もまた、この方程式にもとづいている。我々はこの方程式によって記述される domain wall が任意の小さい外場に対して、いかに応答するかを考え、任意の外場に対して、wall が安定である条件を線型応答の範囲内で論じる。同時に、Walker の解の意味づけ、Akhiezer-Borovik, Long-Bishop の得た非線型励起の意味等を考えてみたい。主要な結論は容意軸方向の静磁場に対して、wall は中立安定であり、振動磁場に対しては、現象論的減衰因子が小さい時にはほとんど常に不安定となり、安定であるためには、おそらく、wall 内にある種の内部構造を持つ必要があるのではないかということである。

§ 1 Landau-Lifshitz 方程式とその Bloch Wall

磁化容易軸を z 方向に取り、磁化の変化は x 方向のみにある。wall は x 軸に垂直な面内に出来るものとする。この時、無次元になおした Landau-Lifshitz 方程式^{1), 5)} は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \sin \theta - \alpha \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \sin \theta \cos \theta \left[1 + \epsilon \cos^2 \varphi + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 \right] \\ - \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + h_z \sin \theta - h_x (\cos \varphi + h_y \sin \varphi) \cos \theta & \end{aligned} \quad (1)$$

*) Hiroshi MAMADA

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} \sin \theta + \alpha \frac{\partial \varphi}{\partial t} \sin^2 \theta =$$

$$\varepsilon \sin^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \left[\sin^2 \theta \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \right]$$

$$- \sin \theta (h_x \sin \varphi - h_y \cos \varphi)$$

(2)

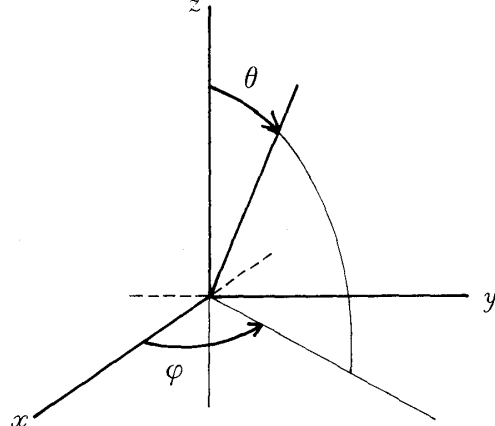


図 1

で与えられる。 K ；異方性定数， A ；交換相互作用， M_0 ；飽和磁化， γ ；磁気回転比 を用いて，長さは $(K/A)^{1/2}$ で，時間は $2K\gamma/M_0$

で，そして外磁場は $M_0/2K$ でスケールされている。 ε は $\varepsilon \equiv 2\pi M_0^2/K$ で定義される定数であり， α は現象論的な減衰因子を表わしている。ここで外磁場 $h_{x,y,z}$ は十分に小さいものとして，

$$\varphi = \varphi_0 (\text{一定}) + \varphi_1(x, t)$$

$$\theta = \theta_0(x, t) + \theta_1(x, t)$$

とおき， φ_1 ， θ_1 ， $h_{x,y,z}$ に関して (1) (2) 式を線型化すると，0 次の式は，

$$-\alpha \frac{\partial \theta_0}{\partial t} = \sin \theta_0 \cos \theta_0 (1 + \varepsilon \cos^2 \varphi_0) - \frac{\partial^2 \theta_0}{\partial x^2} \quad (3)$$

$$\sin \theta_0 \frac{\partial \theta_0}{\partial t} = \varepsilon \sin^2 \theta_0 \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 \quad (4)$$

また，一次の式は

$$\sin \theta_0 \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} - \alpha \frac{\partial \theta_1}{\partial t} = (\cos^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_0) (1 + \varepsilon \cos^2 \varphi_0) \theta_1$$

$$- 2\varepsilon \sin \theta_0 \cos \theta_0 \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 \cdot \varphi_1$$

$$- \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + h_z \sin \theta_0 - (h_x \cos \varphi_0 - h_y \sin \varphi_0) \cos \theta_0 \quad (5)$$

$$\sin \theta_0 \frac{\partial \theta_1}{\partial t} + \cos \theta_0 \frac{\partial \theta_0}{\partial t} \theta_1 + \alpha \sin^2 \theta_0 \frac{\partial \varphi_1}{\partial t}$$

$$\begin{aligned}
&= \varepsilon \sin^2 \theta_0 (\cos^2 \varphi_0 - \sin^2 \varphi_0) \varphi_1 + 2 \varepsilon \sin \theta_0 \cos \theta_0 \cdot \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 \cdot \theta_1 \\
&\quad + \frac{\partial}{\partial x} \sin^2 \theta_0 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} - (h_x \sin \varphi_0 - h_y \cos \varphi_0) \sin \theta_0
\end{aligned} \tag{6}$$

となる。ここで、0次の式(3)(4)は $\alpha=0$ ならば、 φ_0 は任意の値をとり

$$\tan \frac{\theta_0}{2} = \exp \left\{ (\varepsilon \sin \varphi_0 \cos \varphi_0) t \pm (1 + \varepsilon \cos^2 \varphi_0)^{1/2} x \right\} \tag{7}$$

の解を持つことがわかる。但し、これは、 $x \rightarrow \pm\infty$ で $\theta_0=0$ 、または π 、 $\partial \theta_0 / \partial x = 0$ の境界条件を満たす解である。(7)の解は、wallが、ある上限の速度はあるが、一度の速度で伝わるたを示しており、Akhiezer-Borovikの得た moment flip wave、また、Long-Bishopの π -domain wall そのものである。

$\alpha \neq 0$ であるならば、解(7)が(3)(4)式を両立させるためには、

$$\alpha \varepsilon \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 = 0 \tag{8}$$

の条件が要請されるため、静止の wall のみがゆるされる。(注、Walkerの解では、静磁場を0次にのこして、両立条件から(8)式に代って得られる、 $\alpha \varepsilon \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 = h_z$ の関係から、壁は磁場に比例した速度で動くことになる) (7)式から、全磁化のエネルギーを求めると、

$$E = \sqrt{AK} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\varepsilon \sin^2 \theta_0 \cos^2 \varphi_0 - \cos^2 \theta_0 + \sin^2 \theta_0 \left(\frac{\partial \varphi_0}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 \right] dx$$

の関係を用いて、domain wall 一ケの持つエネルギーは

$$E - E_0 = 4 \sqrt{AK} (1 + \varepsilon \cos^2 \varphi_0)^{1/2} \tag{9}$$

で与えられることがわかる。ここで $E_0 = -\sqrt{AK} \times \int_{-\infty}^{\infty} dx$ はferro的な配置の場合の全磁化のエネルギーである。よって、 $\varphi_0 = \pm \pi/2$ の場合が最低エネルギーの励起を与えていることがわかる。また、これが通常の意味でのBloch wallを表わしているから、次節以下ではこの場合について論じることにする。 $\varphi_0 = 0$ または π の場合はAppendixでふれる。

§ 2 外場に対する wall の応答

0次の解として、

$$\varphi_0 = \pm \frac{\pi}{2}, \quad \tan \frac{\theta_0}{2} = \exp(-x) \tag{10}$$

をえらび, (5) (6) 式に代入し, 整理すると,

$$\frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} + \left(\frac{2}{\cosh^2 x} - 1 \right) \theta_1 - \alpha \frac{\partial \theta_1}{\partial t} - \frac{\partial \psi_1}{\partial t} = \frac{h_z}{\cosh x} \mp \tanh x \cdot h_y \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} + \left(\frac{2}{\cosh^2 x} - 1 - \varepsilon \right) \psi_1 - \alpha \frac{\partial \psi_1}{\partial t} - \frac{\partial \theta_1}{\partial t} = \pm h_x \quad (12)$$

がえられる。但し, ψ_1 は

$$\varphi_1 = \cosh x \cdot \psi_1 \quad (13)$$

で定義されている。

ここで, 方程式

$$\frac{d^2 f}{dx^2} - \left(\frac{2}{\cosh^2 x} + k^2 \right) \cdot f = 0 \quad (14)$$

の解が

$$f_T(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\cosh x} \quad (k^2 = -1 \text{ に対応}) \quad (15)$$

$$f_k(x) = \frac{\tanh x - i k}{[2\pi(1+k^2)]^{1/2}} e^{i k x}, \quad (k: \text{任意の実数}) \quad (16)$$

で与えられることに注意する。そして, (15) (16) の関数系は, 直交性, 規格性, 実全性を満たすことが示される。すなわち,

$$\left. \begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} f_T^*(x) f_T(x) dx &= 1 \\ \int_{-\infty}^{\infty} f_T^*(x) f_k(x) dx &= \int_{-\infty}^{\infty} f_k^*(x) f_T(x) dx = 0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} f_{k'}^*(x) f_k(x) dx &= \delta(k - k') \\ f_T(x) f_T^*(x') + \int_{-\infty}^{\infty} f_k(x) f_k^*(x') dk &= \delta(x - x') \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

を満足する。

この関数系 (15) (16) を用いて, それぞれ,

$$\theta_1(x, t) = A_T(t) f_T(x) + \int_{-\infty}^{\infty} dk A_k(t) f_k(x)$$

$$\psi_1(x, t) = B_T(t) f_T(x) + \int_{-\infty}^{\infty} dk B_k(t) f_k(x) \quad (19)$$

$$h_z(x, t) / \cosh x = Z_T(t) f_T(x) + \int_{-\infty}^{\infty} dk Z_k(t) f_k(x) \quad (20)$$

$$h_y(x, t) \tanh x = Y_T(t) f_T(x) + \int_{-\infty}^{\infty} dk Y_k(t) f_k(x) \quad (21)$$

$$h_x(x, t) = X_T(t) f_T(x) + \int_{-\infty}^{\infty} dk X_k(t) f_k(x) \quad (22)$$

のように展開することが出来る。(17)の性質を用いて、(11), (12)と(18)~(22)式から、展開係数について次式を得る。

$$\left\{ \begin{array}{l} -\alpha \dot{A}_T + \dot{B}_T = Z_T \mp Y_T \\ -\dot{A}_T - \epsilon B_T - \alpha \dot{B}_T = \pm X_T \end{array} \right. \quad (23)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -(k^2 + 1) A_k - \alpha \dot{A}_k + \dot{B}_k = Z_k \mp Y_k \\ \dot{A}_k - (k^2 + 1 + \epsilon) B_k - \alpha \dot{B}_k = \pm X_k \end{array} \right. \quad (24)$$

外場が時間因子 $\exp(-i\omega t)$ を持つものとしてその応答を考えれば、

$$A_{T\omega} = \frac{(Z_T \mp Y_T)(i\alpha\omega - \epsilon) + i\omega(\pm X_T)}{i\alpha\omega(i\alpha\omega - \epsilon) - \omega^2} \quad (25)$$

$$B_{T\omega} = \frac{i\alpha\omega(\pm X_T) - i\omega(Z_T \mp Y_T)}{i\alpha\omega(i\alpha\omega - \epsilon) - \omega^2} \quad (26)$$

$$A_{k\omega} = \frac{[i\alpha\omega - (k^2 + 1 + \epsilon)](Z_k \mp Y_k) + i\omega(\pm X_k)}{[i\alpha\omega - (k^2 + 1)][i\alpha\omega - (k^2 + 1 + \epsilon)] - \omega^2} \quad (27)$$

$$B_{k\omega} = \frac{[i\alpha\omega - (k^2 + 1)](\mp X_k) - i\omega(Z_k \mp Y_k)}{[i\alpha\omega - (k^2 + 1)][i\alpha\omega - (k^2 + 1 + \epsilon)] - \omega^2} \quad (28)$$

が得られる。これを(18)(19)に代入し、時間のフーリエ変換を取れば(11)(12)式の解が求まることになる。

ここで、

$$\cos(\theta_0 + \theta_1) \approx \cos \theta_0 - \sin \theta_0 \cdot \theta_1 = \tanh x - \frac{\theta_1}{\cosh x} \quad (29)$$

の関係に注目し、(18)式と較べれば、 $\tanh(x+a) \approx \tanh x + a/\cosh^2 x$ であるから、wallの移動する距離 a 、および速度 v と A_T の間には、

$$a = -A_T/\sqrt{2}, \quad v = \dot{a} = -\dot{A}_T/\sqrt{2} \quad (30)$$

の関係があることがわかり、 T がwallの平行移動のモードを表わしていることが云える。同様に $A_{k=0}$ はwallの中心近くでの傾き、厚さの微小変動を表わし、 $A_{k \neq 0}$ はもっと複雑なwallの変動を表わしている。一方、角度 φ は(13)式より

$$\varphi = \pm \frac{\pi}{2} + \varphi_1 \cosh x \quad (31)$$

であるから、任意の ω の振動場が与えられたとき (ω をgivenとして)、 $\psi_1 \cosh x$ が有限にとどまることが(11)、(12)、(13)の線型化可能の条件であり、解(10)が安定であることを意味する。すなわち、安定条件としては、

$$x \rightarrow \pm\infty \text{ のとき, } \psi_1 \cosh x \rightarrow \text{有限} \quad (32)$$

§ 3 磁場が特別な場合の壁の運動

前節の一般式から特別な方向、振動数の外磁場の場合の具体例を見てみる。

(i) z 方向のみに一様な磁場がある時、 $h_x = h_y = 0$,

(20)式より

$$Z_T = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h_z}{\cosh x} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\cosh x} dx = \sqrt{2} h_z, \quad Z_k = 0$$

を得る。よって、(25)(30)より、壁は平行移動のみを行う。その速度は

$$v_\omega = -\frac{1}{\sqrt{2}} \dot{A}_T = h_z \frac{i\alpha\omega - \varepsilon}{i(1+\alpha^2)\omega - \varepsilon\alpha} \quad (33)$$

で与えられる。また(26)より

$$\varphi_1 = (B_T \cdot \frac{1}{\sqrt{2} \cosh x}) \cosh x = -\frac{h_z}{(1+\alpha^2)i\omega - \varepsilon\alpha}$$

のように有限となる。

$\omega \rightarrow 0$ のとき

$$v = \frac{h_z}{\alpha}, \quad \varphi_1 = \frac{h_z}{\alpha \varepsilon} \quad (34)$$

を得るが、これは Walker の解の h_z が充分小なる極限と一致し、わずかな偏角を作りながら、磁場に比例した速度で並進する壁を表わしている。

$$\omega \rightarrow \infty \text{ のとき } v_\omega = \frac{\alpha h_z}{1 + \alpha^2}, \quad \varphi_1 = 0,$$

任意の ω に対して、 φ_1 は有限であり、壁は位相の遅れを伴って外場に応じた振動をする。

Rado の古い論文にも類似の結論がえられている。

(ii) y 方向のみの一様磁場, $h_z = h_x = 0$,

(21) より

$$Y_T = 0, \quad Y_k = \int_{-\infty}^{\infty} h_y \tanh x f_k^*(x) dx = \sqrt{2\pi} h_y \delta(k)$$

となるから

$$\theta_{1\omega} = \frac{(i\alpha\omega - 1 - \varepsilon)}{(i\alpha\omega - 1)(i\alpha\omega - 1 - \varepsilon) - \omega^2} (\mp h_y) \tanh x \quad (36)$$

$$\psi_{1\omega} = \frac{-i\omega}{(i\alpha\omega - 1)(i\alpha\omega - 1 - \varepsilon) - \omega^2} (\mp h_y) \tanh x \quad (37)$$

が得られる。この式から $\omega \rightarrow 0$, $\omega \rightarrow \infty$ のとき $\psi_1 = 0$ であるから解 (10) は安定に存在する。

また,

$$\cos(\theta_0 + \theta_1) \simeq \tanh x \left\{ 1 \pm \frac{(i\alpha\omega - 1 - \varepsilon)}{(i\alpha\omega - 1)(i\alpha\omega - 1 - \varepsilon) - \omega^2} \frac{h_y}{\cosh x} \right\}$$

の関係から、 y 方向の磁場は壁の中心の傾きを変える効果、すなわち壁の厚さを変える効果を持つことは物理的に合理的である。

$$\omega \rightarrow 0 \text{ のとき } \theta_{1\omega} = \pm h_y \tanh x, \quad (38)$$

であり,

$$\omega \rightarrow \infty \text{ のとき } \dot{\theta}_{1\omega} = \pm \frac{\alpha}{1 + \alpha^2} h_y \tanh x \quad (39)$$

である。

(iii) x 方向の一様な磁場 $h_y = h_z = 0$

$$X_T = h_x \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2} \cosh x} dx = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} h_x$$

$$X_k = h_x \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tanh x + i k}{[2\pi(1+k^2)]^{1/2}} e^{-ikx} dx = \frac{h_x}{[2\pi(1+k^2)]^{1/2}} \frac{(-\pi i)}{\sinh \frac{\pi}{2} k}$$

$\omega \rightarrow 0$ で

$$a = \mp \frac{\pi}{4} \frac{h_x}{\alpha \varepsilon} \quad (40)$$

となり, 中心をずらして平衡になる。また, $\omega \rightarrow \infty$ では

$$v_\omega = \mp \frac{\pi}{4} \frac{h_x}{1+\alpha^2} \quad (41)$$

の運動をすることがわかる。但し $\omega \rightarrow \infty$ 以外の ω に対して, $B_k \neq 0$ のため, φ_1 が有限である保証はない。

§ 4 Bloch wall の安定条件

与えられた任意の ω に対して, φ_1 が有限になる条件を求めよう。この条件が前に述べたように, 解 (10) の Bloch wall の安定性の条件と考えることが出来るであろう。(25) (26) を (18) (19) に代入して変形すると, 一般の h_x, h_y, h_z に対して

$$\begin{aligned} \theta_{1\omega}(x) = & \frac{1}{(1+\alpha^2)\omega^2 + i\alpha\varepsilon\omega} \int_{-\infty}^{\infty} dx' [(\varepsilon - i\alpha\omega) \left\{ \frac{h_z(x')}{\cosh x'} \mp h_y(x') \tanh x' \right\} \\ & \mp i\omega h_x(x')] f_T^*(x') \times f_T(x) + \int_{-\infty}^{\infty} dx' \left\{ \frac{h_z(x')}{\cosh x'} \mp \tanh x' \cdot h_y(x') \right\} \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} dk \frac{[i\alpha\omega - (k^2 + 1 + \varepsilon)] f_k^*(x') f_k(x)}{[i\alpha\omega - (k^2 + 1)] [i\alpha\omega - (k^2 + 1 + \varepsilon)] - \omega^2} \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} dx' \{ \pm h_x(x') \} \int_{-\infty}^{\infty} dk \frac{i\omega f_k^*(x') f_k(x)}{[i\alpha\omega - (k^2 + 1)] [i\alpha\omega - (k^2 + 1 + \varepsilon)] - \omega^2} \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \psi_{1\omega}(x) = & \frac{i\omega}{(1+\alpha^2)\omega^2 + i\alpha\varepsilon\omega} \int_{-\infty}^{\infty} dx' \left\{ \frac{h_z(x')}{\cosh x'} \mp h_y(x') \tanh x' \mp \alpha h_x(x') \right\} \cdot \\ & f_T^*(x') f_T(x) + \int_{-\infty}^{\infty} dx' \left\{ \frac{h_z(x')}{\cosh x'} \mp h_y(x') \tanh x' \right\} \cdot \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_{-\infty}^{\infty} dk \frac{(-i\omega) f_k^*(x') f_k(x)}{[i\alpha\omega - (k^2 + 1)][i\alpha\omega - (k^2 + 1 + \varepsilon)] - \omega^2} \\
& + \int_{-\infty}^{\infty} dx' \{ \pm h_x(x') \} \int_{-\infty}^{\infty} dk \frac{[i\alpha\omega - (k^2 + 1)] f_k^*(x') f_k(x)}{[i\alpha\omega - (k^2 + 1)][i\alpha\omega - (k^2 + 1 + \varepsilon)] - \omega^2}
\end{aligned} \quad (43)$$

ここで、上の式の x 依存性をみると、 $f_T(x)$ を含む項は常に有界である。また、 $\varphi_1(x)$ に対しては、常に h の大きさに比例する一定値を与えるから h が微小であるかぎり問題はない。そこで、我々が問題にしなければならないのは、次のタイプの積分の評価である。(42), (43) の第二、三項目の積分として、例えば

$$\begin{aligned}
I &= \int_{-\infty}^{\infty} dk \frac{[i\alpha\omega - (k^2 + 1)] f_k^*(x') f_k(x)}{[i\alpha\omega - (k^2 + 1)][i\alpha\omega - (k^2 + 1 + \varepsilon)] - \omega^2} \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk \frac{[i\alpha\omega - (k^2 + 1)] (\tanh x' + ik) (\tanh x - ik) e^{ik(x-x')}}{(1+k^2) [(k^2+1)(k^2+1+\varepsilon) - i\alpha\omega(2k^2+2+\varepsilon) - (1+\alpha^2)\omega^2]} \quad (44)
\end{aligned}$$

を考える。この積分は k 空間の経路積分で表わされ、極の性質から、その漸近形は簡単に評価出来る。但し、そこでの評価が正解であるためには、 $h_{x,y,z}(x)$ は x の有限範囲 (いかに大きくとも) でのみ zero でないことを必要とする。(44) の被積分関数の極を、 $\pm i$, $\pm k_1$, $\pm k_2$ で表わすと、 k_1 , k_2 は

$$\left. \begin{aligned} k_1^2 &= \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{4} + \omega^2} - \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right) + i\alpha\omega \\ k_2^2 &= -\sqrt{\frac{\varepsilon^2}{4} + \omega^2} - \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right) + i\alpha\omega \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

で与えられる。 $k_{1,2} = K_{1,2} + i\kappa_{1,2}$ のように実部、虚部を表現すると、(44) の積分の漸近形は、

$$I = c_1 e^{-|x-x'|} + c_2 e^{-\kappa_1 |x-x'|} + c_3 e^{-\kappa_2 |x-x'|} \quad (46)$$

で表わされる。ここで、 c_1 , c_2 , c_3 はそれぞれ、 $x, x' \rightarrow \pm\infty$ で発散しない関数である。

ここから、(32) の条件、 φ_1 について線型化可能の条件は、

$$\kappa_1 \geq 1, \quad \text{および} \quad \kappa_2 \geq 1 \quad (47)$$

である。(45) から、 k_2 は常に (47) を満たすことは簡単にわかる。一方 κ_1 に対する条件から、安定、不安定の境界は、 $\kappa_1 = 1$ の関係より、

$$K_1^2 - 1 = \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{4} + \omega^2} - \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right) \quad \text{および} \quad 2K_1 = \alpha\omega$$

となり, K_1 を消去することにより,

$$\omega^2 \left[\left(\frac{\alpha}{2}\right)^4 \omega^2 + \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 \varepsilon - 1 \right] = 0 \quad (48)$$

がえられる。(48) が $\varphi_0 = \pm \frac{\pi}{2}$ からの線型化を可能にするかどうかの境界を与える。

$\omega = 0$ は $\alpha^2 \leq 4/\varepsilon$ のとき, 中立安定となり, $\omega \neq 0$ の外場のゆらぎに対して, 通常 Bloch wall は不安定となる。安定な wall が存在するためには, $\alpha^2 > 4/\varepsilon$ の条件を満たす強い減衰効果が必要とされることがわかる。§1 で得られる他の解, $\varphi_0 = 0$ または π , で与えられる wall の場合, $\omega = 0$ は減衰因子 α に関係なく常に中立安定となり, $\varphi_0 = \pm \frac{\pi}{2}$ の wall よりも, さらに不安定となる。(Appendix)。

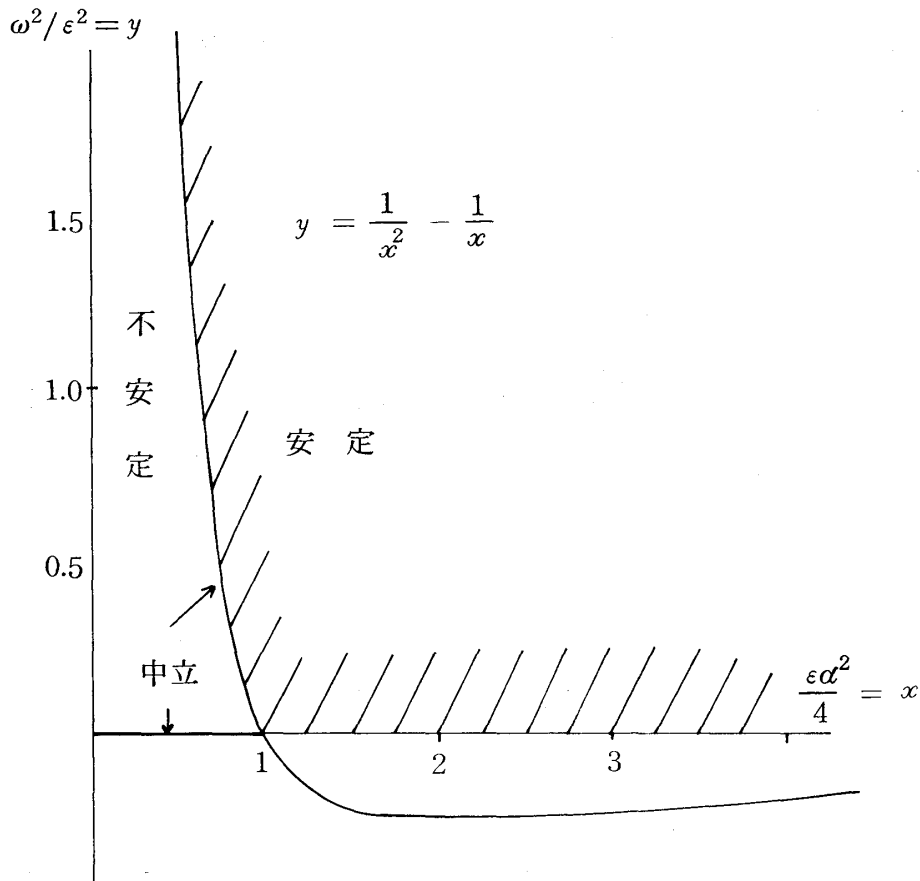


図 2

これらのことから、 α が相当に大きい場合にのみ Walker の扱いが可能であって。實際上得られる速度は常に充分小さい値になると考えても良さそうである。ここで論じたことは、 $\varphi =$ 一定の解の安定、不安定問題を線型化の範囲で論じたのであるから、一般的に Bloch wall が α の小さい時、不安定になるわけではなく、非線型の効果で再度安定化する可能性もあるであろう。また、ここで云う不安定は φ が大きな値になることを意味する。いいかえれば、 φ が x , t に依存するような解が存在すべきことを示しているように思われる。

Appendix

0 次の解として、 $\varphi_0 = 0$, or π を採用する。この時、§ 1 に対して

$$\tan \frac{\theta_0}{2} = \exp \{ -\sqrt{1+\varepsilon} x \} \quad (\text{A.1})$$

をえらぶ。この解を (5) (6) に代入し、

$$(1+\varepsilon)^{1/2} x \equiv \xi, \quad (1+\varepsilon) t \equiv \tau \quad (\text{A.2})$$

で定義される変数 ξ , τ を用いると、(11) (12) に対応して

$$\frac{\partial^2 \theta_1}{\partial \xi^2} + \left(\frac{2}{\cosh^2 \xi} - 1 \right) \theta_1 - \alpha \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} + \frac{\partial \psi_1}{\partial \tau} = \frac{\tilde{\kappa}_z}{\cosh \xi} - (\pm \tilde{h}_x) \tanh \xi \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \xi^2} - \left(\frac{2}{\cosh^2 \xi} - 1 + \tilde{\varepsilon} \right) \psi_1 - \frac{\partial \psi_1}{\partial \tau} - \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} = (\mp \tilde{h}_y) \quad (\text{A.4})$$

但し

$$\varphi_1 \equiv \cosh \xi \cdot \psi_1 \quad (\text{A.5})$$

である。

また、 $\tilde{\varepsilon}$, \tilde{h} は

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon / (1 + \varepsilon), \quad \tilde{h} = h / (1 + \varepsilon) \quad (\text{A.6})$$

で定義される。(A.3) (A.4) (A.5) は基本的に (11) (12) (13) と同じである。

ここで

$$e^{-i\omega t} = e^{-i\tilde{\omega}\tau}, \quad \tilde{\omega} = \omega / (1 + \varepsilon) \quad (\text{A.7})$$

$$e^{ikx} = e^{i\tilde{k}\xi}, \quad \tilde{k} = k / (1 + \varepsilon)^{1/2} \quad (\text{A.8})$$

を用いて, § 4 の極を求めて, その安定条件を考える。極は次式のように求められ,

$$\tilde{k}_{1,2}^2 = \pm \sqrt{\frac{\tilde{\varepsilon}^2}{4} + \tilde{\omega}^2} - (1 - \frac{\tilde{\varepsilon}}{2}) + i\alpha\tilde{\omega}$$

となるが, § 4 と同様に \tilde{k}_2 の虚数部は常に 1 より大きくなるから, \tilde{k}_1 について, 虚数部 $\tilde{\kappa}_1 = 1$ の条件より,

$$\tilde{K}_1^2 - 1 = \sqrt{\frac{\tilde{\varepsilon}^2}{4} + \tilde{\omega}^2} - (1 - \frac{\tilde{\varepsilon}}{2}), \quad 2\tilde{K}_1 = \alpha\tilde{\omega}$$

より, 安定, 不安定の境界は

$$\tilde{\omega}^2 \left[\left(\frac{\alpha}{2} \right)^4 \tilde{\omega}^2 - \left(\frac{\alpha}{2} \right)^2 \tilde{\varepsilon} - 1 \right] = 0$$

すなわち, (A.6) (A.7) を用いて

$$\omega^2 \left[\left(\frac{\alpha}{2} \right)^4 \omega^2 - \left(\frac{\alpha}{2} \right)^2 (1 + \varepsilon) \varepsilon - (1 + \varepsilon)^2 \right] = 0 \quad (\text{A.9})$$

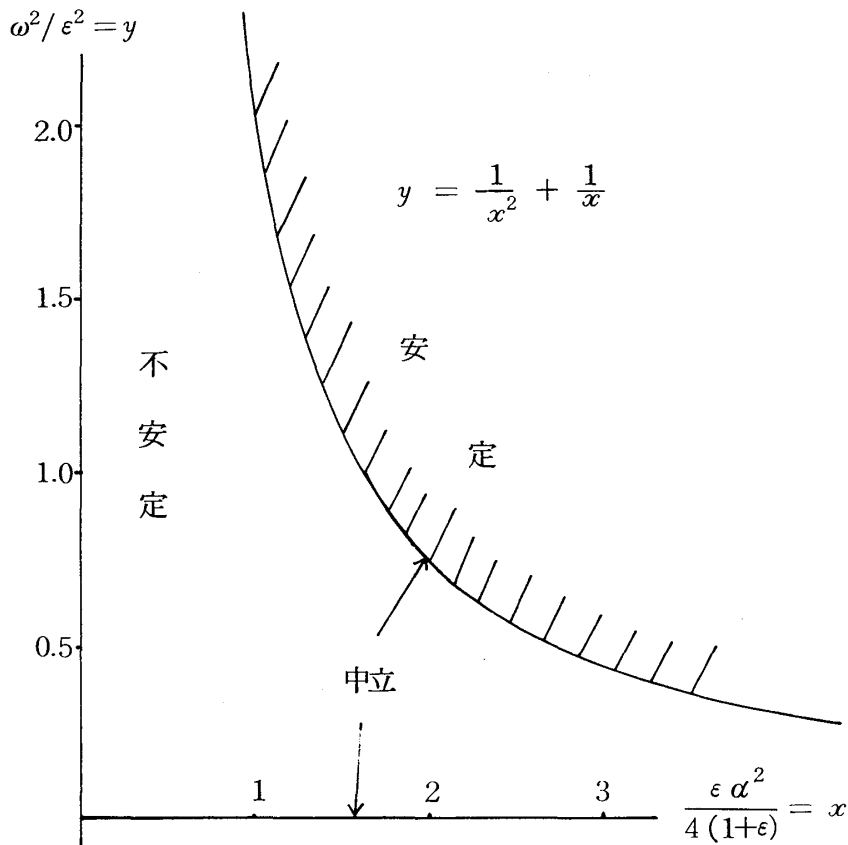


図 3

で与えられる。すなわち、 $\omega=0$ は α がいかに大きくとも、常に中立安定であって、 $\omega \neq 0$ にならず不安定領域を持つことになる。

参 考 文 献

- 1) J. F. Dillon: *Magnetism* (ed. G. T. Rado and H. Suhl) Vol 3, P. 450 (1963).
- 2) G. T. Rado: *Phys. Rev.* **83**, 821 (1951).
- 3) I. A. Akhiezer and A. E. Borovik:
 JETP, **25**, 332 (1967).
 JETP, **25**, 885 (1967).
- 4) K. A. Long and A. R. Bishop: *J. Phys. A.* **12** 1325 (1979).
- 5) V. M. Eleonskii, N. N. Kirova and N. E. Kulagin:
 JETP, **47** 946 (1978).
 JETP, **49** 352 (1979).